植物病害 I—S 关系——logistic 衍生模型的研究

张连翔

（辽宁省干旱地区造林研究所，辽宁 朝阳 122000）

摘　要：以 logistic 模型为基础，以时间因子为媒介，推导出一个能准确描述植物病害 $I-S$ 关系的 logistic 衍生模型。通过对油松落针病、花生锈病、烟草黄瓜花叶病和小麦赤霉病等多组 $I-S$ 关系数据的实例验证与比较分析，显示出这一模型具有较强的数据拟合能力和广泛的适用性。此外，logistic 衍生模型尚可应用于林木胸径与材积 $(D-V)$ 关系、胸径与树高 $(D-H)$ 关系以及生物量预估等项研究。同时，还提出一个具有普遍指导意义的通用模型。

关键词：logistic 衍生模型；植病 $I-S$ 关系；通用模型

植物病害普遍率与严重度的关系（$I-S$ 关系）是流行学上的一个重要概念，它的潜在作用还一直未得到充分的认识，普遍率（或称发病率）表示在一个样本中罹病实体所占的比例或百分数，是可数性状的度量标志（有病或无病）；严重度则表示病害发生的实际程度，反映了病害发生的真实状态，通常用罹病叶面积与全部叶面积之比或分级调查的病情指数等方式表示[1]。在一种病害的发生发展过程中，严重度的变化与普遍率是密切相关的，二者相互影响和相互制约。因此，严重度的变化可用普遍率变化的函数来表示。但是，在病害流行学上，却很少有人把它们联系起来对植病流行作深入分析，应该说这是个严重的缺憾。尤其在林木病害研究方面，与此有关的研究更为鲜见。

植物病害的普遍率和严重度两个表观增长过程在不同病害或同一病害的不同处理（含不同环境条件等）中表现的速率不同，从而构成不同的 $I-S$ 关系类型。Seem（1984）认为[1]，从 $I-S$ 关系的曲线形状可以大致判断寄主的抗病类型和病原物传播特性。Rouse（1981）认为[1]，利用普遍率间接地估计严重度，可以减少病情监测的一些困难。因此，探讨较合理的 $I-S$ 关系模型，无论是对流行学研究抑或对病害监测均有一定意义。正如 Seem 所指出的那样：植物病害 $I-S$ 关系在病情估测方法的发展上，将有重要作用……从现在起，必须对这种关系进行充分的探讨，从而有助于获得病害和产量损失估计的新知识，更好地理解病害流行学及其种群动力学。迄今为止，尽管国内外许多著名学者相继就此提出一些类型各异的 $I-S$ 关系模型[1,2]，但面对复杂的 $I-S$ 关系，有关模型还不能尽善尽美地描述所有情况。因此，有必要从理论上研究普遍率与严重度的关系，探讨建立既有理论依据、又有较高拟合精度和广泛适用性的 $I-S$ 关系模型。基于 logistic 模型，本研究推导出一个能较准确地描述

植物病害 $I-S$ 关系的新模型——logistic 衍生模型，经实例验证，效果良好，具有理论和应用上的双重意义。

1　logistic 衍生模型和通用模型的导出

在病害流行中，时间始终是一个重要因子，利用时间动态方程描述病害流行过程，已取得不少优异成绩[3,4]，其中，logistic 模型被认为是最理想的时间动态方程之一[5]，与此有关的研究也较为深入[6,7]。

普遍率与严重度的增长是病害发展的两个同步过程，时间是它们的共同因子，对于这两个增长过程，可分别用方程（1）和（2）表示[5]：

$$I=K_1/\left[1+\exp\left(a_1-b_1t\right)\right] \tag{1}$$

$$S=K_2/\left[1+\exp\left(a_2-b_2t\right)\right] \tag{2}$$

方程（1）和（2）中，I 和 S 分别为植物病害的普遍率和严重度；K_1 和 K_2 分别为环境条所允许的 I 和 S 的饱和值；a_1,b_1 和 a_2,b_2 为 logistic 模型参数；t 为时间因子。整理方程（1）和（2），解出 t，可得：

$$t=\left[a_1-\ln\left(\frac{K_1-I}{I}\right)\right]\Big/b_1 \tag{3}$$

$$t=\left[a_2-\ln\left(\frac{K_2-S}{S}\right)\right]\Big/b_2 \tag{4}$$

显然，在病害流行过程中，对应于每一个 t_i，病害的两个表观增长过程均有相应的数值 I_i 和 S_i，这些 $I-S$ 数值的关系及其变化，便构成了病害的 $I-S$ 关系。

联立式（3）和（4）并整理得：

$$\left[\left(K_2-S\right)/S\right]=a\left[\left(K_1-I\right)/I\right]^b \tag{5}$$

式中：$a=\exp\left[\left(a_2b_1-a_1b_2\right)/b_1\right]$；$b=b_2/b_1$。

为明了起见，用 K_I 代 K_1，K_S 代 K_2，进一步变换式（5），容易得到：

$$S=\frac{K_S}{a\left(K_I/I-1\right)^b+1} \tag{6}$$

式中：S 为严重度；I 为普遍率；K_S,K_I 分别为环境条所允许的 I 和 S 的饱和值；a,b 为待定参数。且有 $a>0$，$b>0$，$I\in[0，1]$，$S\in[0，1]$。

在此，把式（6）称之为 logistic 衍生模型。

除植物病害 $I-S$ 关系外，logistic 衍生模型尚可应用于林木 $D-V$ 关系、$D-H$ 关系以及生物量预估等更广泛的研究领域。推而广之，任一生物个体或其种群，若有经济意义的 2 个相关因子 (A,B) 的生长节律或发展进程同呈“S”形关系，则可应用本研究提出的 logistic

衍生模型由其中一个易测因子(B)实现对另一因子(A)的准确估计（反之亦然）：

$$A = K_A \big/ \left[a\left(K_B/B - 1\right)^b + 1\right] \quad (7)$$

式（7）即为 logistic 衍生模型的通用形式。

2 logistic 衍生模型的性质及求解

2.1 logistic 衍生模型的性质

logistic 衍生模型具有以下几点重要性质：

① 因$a>0$和$b>0$，当$I\to 0$时，S的极限为零，当$I\to K_I$时，$S\to K_S$，这种特征符合一般$I-S$关系。

② 在开区间（0，K_I）内，模型有连续的导数，形式为：

$$\frac{\mathrm{dS}}{\mathrm{dI}} = \frac{abK_S K_I\left(K_I/I - 1\right)^{b-1}}{I^2\left[a\left(K_I/I - 1\right)^b + 1\right]^2} \quad (8)$$

式（8）左边的值恒为正值，表明方程（6）在此区间内单调上升，没有极值和拐点，即随I的增加，S也逐渐增大，但相对速率则由于I的不同而异，这种特征也符合一般$I-S$关系。

③ 作极端假设，若I和S以完全相同的速率发展，例如植株感病后即行死亡，从参数a,b与时间动态方程的关系可知，此时$a=1,b=1$，logistic 衍生模型可简化为：

$$S = K_S/K_I \cdot I \quad (9)$$

或写成

$$S/I = K_S/K_I \quad (10)$$

这时模型所描述的$I-S$关系为线性关系。

④ logistic 衍生模型亦可作为由严重度表示普遍率的$S-I$关系模型：

$$I = \frac{K_I}{a\left(K_S/S - 1\right)^b + 1} \quad (11)$$

但此时a,b两参数的取值将有所不同。

2.2 logistic 衍生模型的求解

logistic 衍生模型参数的求解并不很复杂，首先按求解 logistic 模型参数K的方法[5,8]确定K_S和K_I，然后把式（6）还原为下面的形式：

$$\left(K_S/S - 1\right) = a\left(K_I/I - 1\right)^b \quad (12)$$

这样，即可用对数线性最小二乘法求得参数a,b。亦即：

$$\ln\left(K_S/S - 1\right) = \ln a + b\ln\left(K_I/I - 1\right) \quad (13)$$

最后、再将式（13）变换为式（6）的形式。

实际应用表明，对于一组$I-S$关系数据，即使用目测法粗估K_S和K_I，也可获得令人满意的效果，显示出 logistic 衍生模型较强的数据拟合能力。但是，笔者已经注意到，logistic 衍生模型是具有 4 个参数（K_S,K_I,a,b）的非线性回归模型，因此，采用上述方法求解模型参数可能不是最优的，如何应用非线性方法实现最优拟合有待作进一步深入探讨。

3 例证研究

应用油松落针病[9]、花生锈病[10]、烟草黄瓜花叶病[11]和小麦赤霉病（表 3 资料：垦大 1

号；克旱 9 号）[12]的$I-S$关系调查数据分别拟合本研究提出的 logistic 衍生模型，并与王振中等（1987）提出的 Gompertz 衍生模型[1]和张连翔等（1996）提出的简易估计经验模型[2]进行比较，用剩余平方和Q ($Q=\sum(\hat{S}-S)^2$) 和决定系数R^2 ($R^2=(SS-Q)/SS$。其中SS为总平方和；$(SS-Q)$为回归平方和）两项指标评价模型的优劣[5]。显然，Q愈小，R^2愈大，说明模型的拟合效果愈好。诸模型的对数线性化拟合结果见表 1。

表 1　不同病害的$I-S$关系调查数据对于不同模型的拟合结果比较

病害种类	模型Ⅰ		模型Ⅱ		模型Ⅲ（附K_S,K_I取值）			
	Q	R^2	Q	R^2	Q	R^2	K_S	K_I
油松落针病	882.2158	0.9766	815.4969	0.9783	660.7993	0.9825	1	1
花生锈病	1913.2533	0.8415	1621.1521	0.8657	1108.0463	0.9082	0.66	1
烟草黄瓜花叶病	15.8889	0.9498	18.5107	0.9415	14.4638	0.9543	0.27	0.31
小麦赤霉病（垦大 1 号）	413.0611	0.9429	232.7954	0.9678	173.8217	0.9760	0.70	1
小麦赤霉病（克旱 9 号）	409.1973	0.9303	103.7393	0.9823	84.6948	0.9856	0.70	1

注：模型Ⅰ: $S=a[-\ln(1-I)]^b$；模型Ⅱ: $S=\exp[-a(-\ln I)^b]$；模型Ⅲ: $S=K_S/[a(K_I/I-1)^b+1]$

从表 1 可见，尽管采用目测法粗估K_S和K_I两参数，但与另外两个模型相比，本研究提出的 logistic 衍生模型（模型Ⅲ，即式（6）)，还是以其剩余平方和（Q）最小和决定系数（R^2）最大而无可争辩地成为最优者。因此，有理由相信，随着拟合方法的不断完善，logistic 衍生模型有希望成为最受欢迎的植物病害$I-S$关系模型。

4　结论与讨论

（1）　以 logistic 模型为基础，以时间因子为媒介，本研究成功地推导出一个既有理论依据、又有实用价值，能准确描述植物病害$I-S$关系的新模型——logistic 衍生模型，经实例验证，效果良好，可在植物病害调查中推广应用。

（2）　logistic 衍生模型具有较强的数据拟合能力，特别是对试验数据不够完整，即在有关调查因子的增长未达平衡位置便终止试验时，该模型依然可用，这是很有意义的。

（3）　在病害实际监测数据中，往往是普遍率达到 100%时，严重度仍未达到 100%，本研究模型恰好反映了这一特征。而 Gompertz 衍生模型要求I,S值同时达到 100%，这就不一定符合实际情况。事实上，从植物病害流行的时间动态来看，流行曲线大都是呈 logistic 曲线（即“S”形曲线）发展的，因此式（6）可能具有更广泛的适用性。　　。

（4）　logistic 衍生模型在其它方面的具体应用已用另文报道[13,14]，其非线性最优拟合方法以及模型参数的学和流行学意义有待进一步探讨。

参 考 文 献：

[1] 王振中．植物病害普遍率与严重度的关系：Gompertz 衍生模型[J]．植物病理学报，1987，17(4)：227-233
[2] 张连翔．林木病害普遍率与严重度关系的研究[J]．河北林学院学报，1996，11(增刊)：218-220
[3] 王振中．小白菜花叶病流行曲线分析及两参数植病流行方程的非线性拟合[J]．华南农业大学学报，1988，9(2)：11-21
[4] 刘晓光．杨树冰核细菌溃疡病流行的时间动态[J]．东北林业大学学报，1999，27(2)：24-26
[5] 王振中．逻辑斯谛曲线 K 值的四点式平均值估计法[J]．生态学报，1987，7(3)：193-198
[6] 王莽莽．用麦夸方法最优拟合逻辑斯谛曲线[J]．生态学报，1986，6(2)：142-147
[7] 张连翔．逻辑斯谛曲线上两个重要特征点的分析及其应用[J]．河北林学院学报，1992，7(2)：154-158
[8] 蒲蛰龙．农作物害虫管理数学模型[M]．广州：广东科学技术出版社，1990，80-85
[9] 高国屏．油松落针病的初步研究[J]．辽宁林业科技，1991(3)：39-42
[10] 王振中．Weibull 模型在花生锈病流行预测中的应用[J]．华南农业大学学报，1987，8(2)：35-39
[11] 李瑞明．综合防治黄瓜烟草花叶病研究[J]．植物保护学报，1994，21(4)：317-320
[12] 左豫虎．春小麦赤霉病产量损失的研究[J]．植物保护学报，1994，21(2)：115-120
[13] 张连翔．林木胸径与材积的关系——logistic 衍生模型[J]．东北林业大学学报，2001，29(2)：99-101
[14] 张连翔．小叶杨生长规律的研究[J]．防护林科技，2001，(2)：10-12